

## MATEMÁTICAS II

*(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2puntos, exercicio 4= 2puntos)*

### OPCIÓN A

1. a) Sexa  $M$  unha matriz cadrada de orde 2 tal que  $M^2 = 4M$ . Determina a matriz  $X$  que verifica a ecuación matricial  $(M - 2I)^2 X = I$ , sendo  $I$  a matriz identidade de orde 2.  
 b) Determina todas as matrices  $B$  da forma  $\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$  que verifiquen  $B^2 = 4B$ . Se algunha é inversible, calcula a súa inversa.  
 c) ¿Cando un sistema de ecuacións lineais se di homoxéneo? ¿Pode ser incompatible un sistema de ecuacións lineais homoxéneo? Xustifica a resposta.
  
2. Dadas as rectas  $r: \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ 2y - z - 2 = 0 \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ 
  - a) Estuda a posición relativa de  $r$  e  $s$ . Se se cortan, calcula o punto de corte. Se determinan un plano, calcula a ecuación xeral ou implícita dese plano.
  - b) Estuda a posición relativa de  $r$  e o plano  $\pi: 4x - 4y + 2z + 7 = 0$ . Calcula a distancia de  $r$  a  $\pi$ .
  
3. a) Calcula:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x}$   
 b) Se  $f(x)$  é unha función continua no intervalo  $[1,4]$  tal que  $\int_1^2 f(x)dx = 2$  e  $\int_1^4 f(x)dx = -4$ , ¿cal é o valor de  $\int_2^4 5f(x)dx$ ? Enuncia as propiedades da integral definida que utilices.
  
4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola  $f(x) = -x^2 + 9x$ , e as rectas  $y = 20$ ;  $x - y + 15 = 0$ . (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e a concavidade ou convexidade).

### OPCIÓN B

1. Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$ 
  - a) Calcula, segundo os valores de  $m$ , o rango de  $A$ .
  - b) ¿Coincide  $A$  coa súa inversa para algún valor de  $m$ ? Para  $m = 0$ , calcula  $A^{60}$
  - c) Se  $m = 2$  e  $A$  é a matriz de coeficientes dun sistema de tres ecuacións lineais con tres incógnitas, ¿podemos afirmar que o sistema ten solución única? Xustifica a resposta
  
2. a) Dado o plano  $\alpha: \begin{cases} x = 3 + 3\lambda + \mu \\ y = -3\lambda + \mu \\ z = 3 + \lambda - \mu \end{cases}$  calcula as ecuacións en forma continua da recta  $r$  que pasa polo punto  $P(2, -3, -4)$  e é perpendicular ao plano  $\alpha$ . Calcula o punto de corte de  $r$  con  $\alpha$ .  
 b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa polos puntos  $P(2, -3, -3)$  e  $Q(3, -2, -4)$  e é perpendicular ao plano  $\alpha$ .  
 c) Calcula as ecuacións paramétricas da recta intersección do plano  $\beta: 5x - 4y + z - 19 = 0$  co plano  $\alpha$
  
3. Calcula o dominio, as asíntotas, os intervalos de crecemento e decrecemento e os máximos e mínimos de  $f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$
  
4. a) Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.  
 b) Calcula  $\int_2^3 \frac{x^3+2}{x^2-1} dx$